

文章编号 1004-924X(2026)07-1128-14

融合物理先验与渐进解耦网络的机器人精度标定

何云凯^{1,2}, 马超^{1,2}, 李澜^{3*}, 朱莉娅^{1,2*}

- (1. 南京师范大学电气与自动化工程学院, 江苏南京 210023;
2. 南京师范大学江苏省三维打印装备与制造重点实验室, 江苏南京 210023;
3. 南京鼓楼医院运动医学与成人重建外科, 江苏南京 210008)

摘要:针对多自由度机械臂传统几何标定方法存在难以补偿非几何误差, 纯数据驱动黑箱模型物理可解释性差且易受多维异构误差场梯度竞争影响的问题, 提出一种融合物理先验与渐进式解耦残差网络的绝对精度标定方法。首先, 构建基于 DH 参数的可微运动学灰箱模型作为显式物理骨架, 用于计算基准理论位姿。其次, 引入高维正弦及二阶乘法组合编码特征, 增强对周期性非线性误差的表征能力。然后, 利用双分支残差网络分别独立预测位置与姿态残差, 并设计可微 SVD 正交化层以严格满足 SO(3) 流形几何约束。最后, 提出分阶段冻结参数的渐进式解耦训练策略, 从机理上解决了位置与姿态不同量纲导致的优化冲突。实验结果表明, 该方法使 Staubli TX2-90L 平均位置误差从 0.377 mm 降至 0.047 mm; 相较于 SVR 及 BP 算法, 定位精度分别提升 26.3% 和 49.9%。该方法兼具高精度与可解释性, 在原位生物 3D 打印等领域具有良好的工程应用价值。

关键词:多自由度机械臂; 运动学标定; 非几何误差; 残差网络

中图分类号: TP242.2; TH164 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20263407.1128 **CSTR:** 32169.14.OPE.20263407.1128

Robot precision calibration based on fusion of physical prior and progressive decoupling network

HE Yunkai^{1,2}, MA Chao^{1,2}, LI Lan^{3*}, ZHU Liya^{1,2*}

- (1. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China;
2. Jiangsu Key Laboratory of 3D Printing Equipment and Manufacturing, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China;
3. Department of Sports Medicine and Adult Reconstructive Surgery, Nanjing Drum Tower Hospital, Nanjing 210008, China)

* Corresponding author, E-mail: lanli@njglyy.com; lyzhu@njnu.edu.cn

Abstract: To overcome the limitations of traditional geometric calibration in compensating for non-geometric errors, as well as the poor interpretability and susceptibility to gradient competition in multi-dimen-

收稿日期: 2026-01-14; 修订日期: 2026-02-13.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (No. 32171358); 国家自然科学基金优秀青年科学基金资助项目 (No. 32242043); 江苏省自然科学基金攀登项目 (No. BK20250002); 南京市卫生科技发展专项资金项目 (No. JQX23002)

sional heterogeneous error fields inherent in purely data-driven black-box models, an absolute accuracy calibration method integrating physical priors with a progressively decoupled residual network is proposed. First, a differentiable kinematic grey-box model based on Denavit - Hartenberg (DH) parameters is constructed as an explicit physical framework to compute the baseline theoretical pose. Second, high-dimensional sine - cosine encodings and second-order multiplicative combinatorial features are introduced to enhance the representation of periodic nonlinear errors. A dual-branch residual network is then employed to independently predict position and orientation residuals, incorporating a differentiable singular value decomposition (SVD) orthogonalization layer to strictly enforce $SO(3)$ manifold constraints. Furthermore, a stage-wise parameter freezing strategy is designed to enable progressive decoupled training, effectively mitigating optimization conflicts arising from the differing dimensionalities of position and orientation. Experimental results on a Staubli TX2-90L demonstrate that the average position error is reduced from 0.377 mm to 0.047 mm. Compared with support vector regression (SVR) and backpropagation (BP) methods, positioning accuracy is improved by 26.3% and 49.9%, respectively. The proposed method achieves a favorable balance between high precision and interpretability, indicating substantial potential for engineering applications such as in situ bioprinting.

Key words: multi-degree-of-freedom robotic arm; kinematic calibration; non-geometric error; residual network

1 引言

原位生物3D打印可以直接在缺损处构建仿生组织,已逐渐成为再生医学领域的重要研究方向^[1]。相比传统龙门架设备,多自由度机械臂凭借运动灵活性,更适用于非结构化人体曲面内生物材料的精确沉积。然而,此类制造任务对末端执行器的绝对位姿精度提出了严苛要求。在机器人辅助的生物增材制造过程中,末端定位的微小偏差即可显著影响水凝胶等生物墨水的成型质量。尤其对于多层结构的打印,误差的波动性(标准差)直接决定了层间黏附的一致性与几何形态的稳定性;而极端偏差(最大误差)则可能导致已沉积纤维网络的结构失稳或物理连续性发生断裂^[2]。一种优秀的标定方法不仅需要提升平均精度,更需有效抑制误差的长尾分布,以确保制造过程的可靠性。因此,在不增加硬件成本的前提下,通过标定技术实现全工作空间内的精准位姿控制,是推动该技术在生物医疗领域应用的关键。

误差标定是提升机械臂绝对精度的核心环节,主要分为基于模型的参数化标定与数据驱动的非参数化标定两类方法。其中,参数化标定侧重于物理机理,通过建立几何误差模型并辨识参数实现补偿,如采用列文伯格-马夸尔特(Leven-

berg-Marquardt, LM)算法辨识丹纳维特-哈滕伯格(Denavit-Hartenberg, DH)模型参数^[3],或结合智能优化算法(如人工兔子优化、粒子群优化)提升辨识寻优能力^[3-4]。此类方法物理意义清晰,但难以充分建模关节柔性、齿轮间隙等复杂的非几何误差^[4],且在特定运动构型下易出现参数病态问题^[5],精度提升存在物理极限。

为突破解析模型的局限,数据驱动方法得到广泛关注。支持向量回归(Support Vector Regression, SVR)用于直接从关节空间学习到位姿误差的非线性映射,有效降低了残余误差^[6]。人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)通过特征工程增强对周期性误差的捕捉,提升了标定的拟合精度^[7]。极限学习机(Extreme Learning Machine, ELM)也在无模型补偿中表现出优异的性能^[8]。然而,这类黑箱方法物理可解释性弱、泛化能力不足^[7]。更为关键的是,在面对位置与姿态等多任务联合学习时,由于线位移与角位移在量纲与尺度上的巨大差异,网络训练极易引发梯度竞争,从而难以提升整体精度^[9]。

近年来,融合物理模型与数据驱动的混合式机器人控制方法逐渐成为趋势,如结合关节转角误差补偿与运动学标定的串联方法^[9],或采用先

辨识几何参数、再以神经网络补偿残差的分步策略^[10-13]。这些方法虽在一定程度上提升了性能,但仍未能从根本上解决多误差分量在联合训练中的优化冲突,且模型架构的物理一致性与训练稳定性也有待加强。针对上述挑战,本文提出一种融合物理先验的渐进式解耦标定方法。该方法构建兼具可解释性与拟合力的灰箱模型;以可微分DH模型为骨架,通过双分支残差网络并行补偿位姿非几何残差;配合分阶段参数冻结策略,有效隔离多目标梯度竞争。实验表明,该方法在精度上显著优于SVR,BP等基准,并能有效抑制误差长尾分布,降低纤维物理不连续风险,验证了其在高精度作业下的稳定性。

2 机器人运动学误差建模与物理极限分析

2.1 机器人DH运动学建模

本文以 Staubli TX2-90L 型六自由度机械臂为研究对象建立运动学模型。为了描述相邻连杆间的空间几何关系,采用DH法完成机器人运动学模型构建^[14]。该方法将连杆坐标系建立在关节轴线的输入端完成各关节坐标系变换^[15]。

根据DH建模规则,Staubli TX2-90L 机器人的每个连杆坐标系 $\{i\}$ 由4个运动学参数确定:连杆长度 a_{i-1} 、连杆转角 α_{i-1} 、关节偏距 d_i 以及关节角 θ_i ^[16-18]。各参数的几何物理定义如下:

$${}^{i-1}T = \text{Rot}(Z_i, \theta_i) \cdot \text{Trans}(X_{i-1}, a_{i-1}) \cdot \text{Trans}(Z_i, d_i) \cdot \text{Rot}(X_{i-1}, \alpha_{i-1}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_i \\ \cos(\alpha_i) \cdot \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i) \cdot \cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ \sin(\alpha_i) \cdot \sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i) \cdot \cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

通过对6个关节坐标系的齐次变换矩阵进行连乘,可得到该机器人末端执行器相对于基座坐标系 $\{B\}$ 的正运动学方程:

$${}^B T = {}_1^0 T(\theta_1) \cdot {}_2^1 T(\theta_2) \cdot \dots \cdot {}_6^5 T(\theta_6) = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中: R 为末端姿态旋转矩阵, P 为末端位置矢量。图2为Staubli TX2-90L的坐标系变换,具体的DH参数见表1。

2.2 几何误差辨识模型构建

针对 Staubli TX2-90L 机器人因制造公差、

(1) α_{i-1} 为沿公垂线 X_{i-1} 方向,从轴 Z_{i-1} 旋转至轴 Z_i 的角度;

(2) a_{i-1} 为沿公垂线 X_{i-1} 方向,从轴 Z_{i-1} 移动至轴 Z_i 的距离;

(3) θ_i 为绕关节轴 Z_i 方向,从轴 X_{i-1} 旋转至轴 X_i 的角度;

(4) d_i 为沿关节轴 Z_i 方向,从轴 X_{i-1} 移动至轴 X_i 的距离。

图1为各几何定义的直观表示。

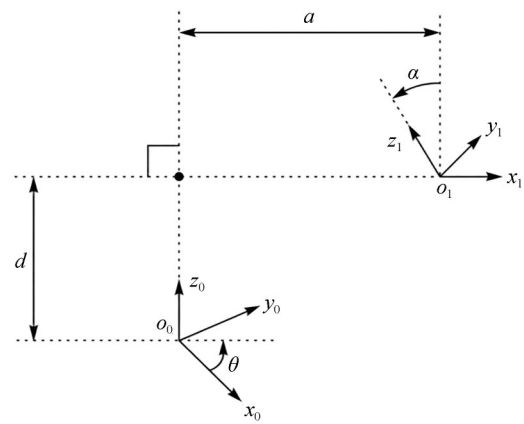


图1 坐标变换各参数的直观表示

Fig. 1 Visual representation of coordinate transformation parameters

基于上述定义,Staubli TX2-90L从连杆坐标系 $\{i-1\}$ 到坐标系 $\{i\}$ 的齐次变换矩阵 ${}^{i-1}T$ 表示为:

表1 Staubli TX2-90L的DH参数

Tab. 1 DH parameter of Staubli TX2-90L

| 关节 | 连杆长度/mm | 连杆偏距/mm | 连杆转角/(°) | 关节角偏置/(°) |
|----|---------|---------|----------|-----------|
| 1 | 50 | 0 | -90 | 0 |
| 2 | 500 | 0 | 0 | -90 |
| 3 | 0 | 50 | 90 | 90 |
| 4 | 0 | 550 | -90 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 90 | 0 |
| 6 | 0 | 100 | 0 | 0 |

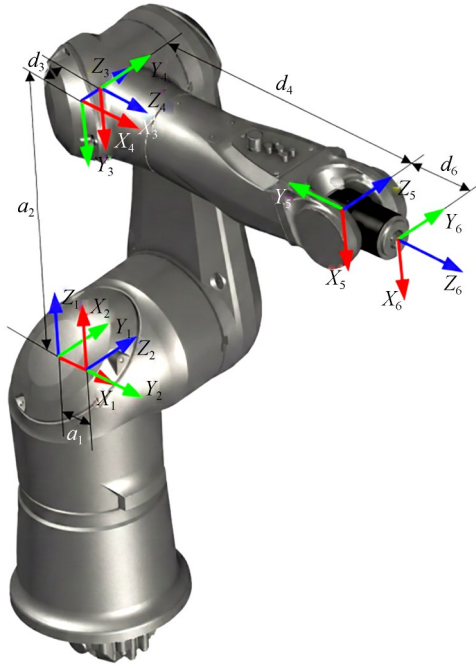


图2 Staubli TX2-90L的坐标系变换

Fig. 2 Coordinate transformation of Staubli TX2-90L

装配间隙及零点标定偏差导致的绝对定位精度损失问题,构建包含几何参数微小摄动的运动学误差辨识模型^[19]。鉴于位置与姿态在欧氏空间与李群空间中的数学性质差异,采用位置误差矢量与姿态误差矩阵解耦的策略来描述末端位姿偏差。考虑到后续神经网络预测模型通常在全局空间内建立映射关系,将位置与姿态误差均定义为相对于基坐标系的摄动,其中姿态偏差描述为一种左乘的全局旋转变换^[20]。

设机器人的待辨识几何参数集合 $\Phi \in \mathbf{R}^{4N}$, 其中, $N=6$ 为关节自由度。实际测量得到的末端位姿由位置矢量 $\mathbf{P}_{\text{meas}} \in \mathbf{R}^3$ 和旋转矩阵 $\mathbf{R}_{\text{meas}} \in \text{SO}(3)$ 构成,基于当前参数估值 Φ_k 计算得到的理论位姿分别为 $\mathbf{P}_{\text{cal}}(\Phi_k)$ 和 $\mathbf{R}_{\text{cal}}(\Phi_k)$ 。

$$\min_{\Phi} F(\Phi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (\| \mathbf{P}_{\text{meas}}^{(i)} - \mathbf{P}_{\text{cal}}^{(i)}(\Phi) \|^2 + \omega \| \text{Log}(\mathbf{R}_{\text{meas}}^{(i)} \mathbf{R}_{\text{cal}}^{(i)}(\Phi)^{\text{T}}) \|^2), \quad (6)$$

其中: ω 为平衡位置量纲与姿态量纲的权重系数, $\text{Log}(\cdot)$ 为对数映射算子,用于提取姿态误差矩阵对应的李代数向量范数。

LM算法通过引入阻尼因子 λ ,在梯度下降法与高斯-牛顿法之间进行自适应切换,以保证算法的收敛速度和稳定性。在第 k 次迭代中,参数修正量 $\Delta\Phi_k$ 通过求解正则化正规方程

依据微分运动学原理,位置误差 $\delta\mathbf{p}$ 定义为基坐标系下的欧氏距离矢量:

$$\delta\mathbf{p} = \mathbf{P}_{\text{meas}} - \mathbf{P}_{\text{cal}}(\Phi_k). \quad (3)$$

对于姿态误差,考虑到旋转矩阵的正交约束特性,采用矩阵左乘形式定义姿态误差矩阵 \mathbf{R}_{err} ,表示在基坐标系下对理论姿态进行的旋转修正,使其与实际姿态重合:

$$\mathbf{R}_{\text{meas}} = \mathbf{R}_{\text{err}} \cdot \mathbf{R}_{\text{cal}}(\Phi_k) \Rightarrow \mathbf{R}_{\text{err}} = \mathbf{R}_{\text{meas}} \cdot \mathbf{R}_{\text{cal}}(\Phi_k)^{\text{T}}. \quad (4)$$

由于几何误差属于微小量, \mathbf{R}_{err} 近似为单位矩阵。利用李代数理论, \mathbf{R}_{err} 可通过指数映射 $\exp([\delta\boldsymbol{\psi}]^{\wedge})$ 与基坐标系下的姿态误差旋转矢量 $\delta\boldsymbol{\psi} \in \mathbf{R}^3$ 建立关联。在小角度假设下,存在近似关系 $\mathbf{R}_{\text{err}} \approx \mathbf{I}_3 + [\delta\boldsymbol{\psi}]^{\wedge}$, 其中 $[\cdot]^{\wedge}$ 为向量的反对称矩阵算子。由此可得姿态误差矢量 $\delta\boldsymbol{\psi}$ 的解析形式,其模长代表旋转角度误差,方向代表基坐标系下的旋转轴^[21]。

基于上述误差定义,构建机器人末端位姿综合误差向量 $\mathbf{e} = [\delta\mathbf{p}^{\text{T}}, \delta\boldsymbol{\psi}^{\text{T}}]^{\text{T}} \in \mathbf{R}^6$ 。根据全微分理论,误差向量与几何参数摄动量 $\Delta\Phi$ 之间满足一阶线性近似关系:

$$\mathbf{e} \approx \mathbf{J}_{\text{base}}(q, \Phi) \cdot \Delta\Phi, \quad (5)$$

其中: $\mathbf{J}_{\text{base}} \in \mathbf{R}^{6 \times 24}$ 为基坐标系下的参数辨识雅可比矩阵。与传统的物体坐标系雅可比不同,该矩阵反映了各连杆参数 $(a_i, \alpha_i, d_i, \theta_i)$ 的微小变化如何在全局坐标系下引起末端位姿的摄动,其计算过程需利用伴随变换将局部微分运动映射至基坐标系,从而确保与 \mathbf{R}_{err} 左乘定义的空间物理一致性。

为了精确辨识几何参数误差 $\Delta\Phi$,采用LM算法构建非线性最小二乘优化问题。建立目标函数 $F(\Phi)$,旨在最小化全工作空间内 M 个采样点的位姿残差平方和:

获得:

$$(\mathbf{H}_k + \lambda_k \text{diag}(\mathbf{H}_k)) \Delta\Phi_k = \mathbf{J}_k^{\text{T}} \mathbf{E}_k, \quad (7)$$

其中: $\mathbf{H}_k = \mathbf{J}_k^{\text{T}} \mathbf{J}_k$ 为海森矩阵的近似, \mathbf{E}_k 为当前残差向量。算法持续迭代,直至参数修正量或残差变化率满足预设的收敛准则,此时获得的参数即为该模型下的最优几何参数估计值。

为定量评估模型在全工作空间内的综合校

准性能,定义位置误差标量 $\epsilon_{p,i} = \|P_{\text{meas}}^{(i)} - P_{\text{cal}}^{(i)}\|_2$ 与姿态误差标量 $\epsilon_{r,i} = \|\text{Log}(R_{\text{meas}}^{(i)} (R_{\text{cal}}^{(i)})^T)\|_2$ (旋转角度误差)。基于验证集中的 M 组样本,采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)与平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE)作为核心评价指标,计算公式如下:

$$RMSE_p = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \epsilon_{p,i}^2}, MAE_p = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \epsilon_{p,i}, \quad (8)$$

$$RMSE_r = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \epsilon_{r,i}^2}, MAE_r = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \epsilon_{r,i}. \quad (9)$$

上述指标作为后续验证几何标定局限性及评估本文解耦网络精度的统一标准。

2.3 几何标定的局限性实证分析

为定量探究刚体运动学模型的精度极限,基于HUST多自由度机械臂数据集(详细实验环境与数据特征会在4.1节阐述)与微分运动学误差模型,利用LM算法对Staubli TX2-90L的DH参数进行辨识。本研究严格遵循Staubli官方技术文档及HUST数据集的规范,采用标准DH模型作为基准模型。在保持与原始技术规范一致性的前提下,验证本文提出的方法在不改变机器人底层默认模型时,超越传统几何标定精度性能上限的可行性。

受限于标准DH模型在描述平行轴结构时的固有缺陷,传统LM算法优化结果(表2)呈现病态解现象。其中,连杆2与连杆3的偏距出现符号相反且数值极大的异常值,严重偏离真实机械尺寸。这是由于该机器人关节2,3轴线平行导致参数冗余,使辨识雅可比矩阵出现近似线性相关性,进而引发观测矩阵秩亏或高条件数问题。尽管LM算法降低了位姿残差值,但其收敛至缺乏物理合理性的局部极小解,通过参数间的代数耦合过度拟

表2 优化后的DH参数

Tab. 2 Optimized DH parameters

| 关节 | 连杆 | 连杆 | 连杆 | 关节 |
|----|---------|---------|-------------|----------|
| | 长度/mm | 转角/(°) | 偏距/mm | |
| 1 | 49.542 | -89.987 | 0.008 0 | -0.030 1 |
| 2 | 500.206 | 0.048 9 | -20 141.325 | -87.915 |
| 3 | -1.471 | 90.043 | 20 191.869 | 88.134 |
| 4 | -0.243 | -90.028 | 549.580 | 0.142 |
| 5 | 2.155 | 90.201 | 0.665 | -0.574 |
| 6 | -0.236 | -0.037 | 99.755 | -0.116 |

合数据,残留误差仍呈现非随机、构型相关的结构化特征(图3)。这表明在平行轴构型等存在结构性奇异的场景下,LM等基于局部梯度优化的方法难以同时保证参数物理意义与残差最小化。传统几何标定方法对模型病态问题处理的局限性,凸显了引入更稳定非参数化数据驱动模型进一步提升精度的必要性。

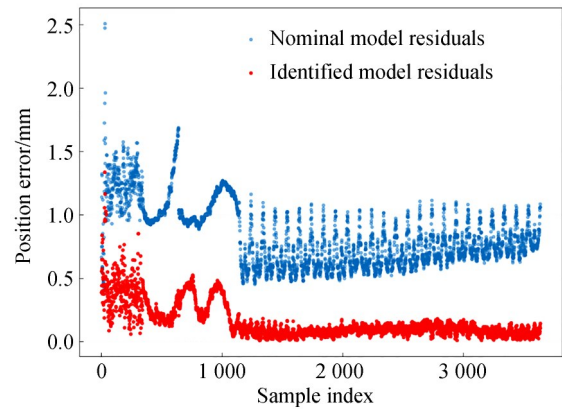


图3 LM算法标定误差分布

Fig. 3 Distribution of calibration error for LM algorithm

3 融合物理先验的渐进式解耦网络标定

针对现有方法的局限,这里提出一种融合物理先验的渐进式解耦标定方法。如图4所

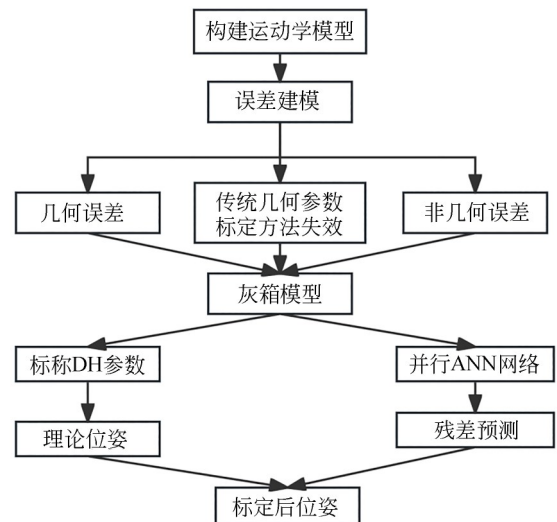


图4 融合物理先验的解耦网络标定方法

Fig. 4 Decoupling network calibration method with physical prior fusion

示,该灰箱架构以可微分DH模型为骨架计算理论位姿,并利用并行双分支残差网络拟合非几何误差。该设计有效结合了物理模型的明确机理与数据驱动的强拟合能力,实现了模型透明度与精度的统一。模型的输入为机器人关节角度向量 \boldsymbol{q} ,输出为经误差补偿后的高精度预测位姿。

3.1 关节信息编码

机器人的关节运动具有周期性,直接使用原始关节角 θ_i (弧度)作为网络输入,难以使网络有效捕捉 $\sin(\theta)$ 与 $\cos(\theta)$ 的内在周期关系,从而影响对末端位姿周期性波动的建模。文献[7]提出了一种基于正余弦及其高阶乘法组合的特征编码策略,能够有效显式化关节间的耦合关系,并增强神经网络对周期性误差的敏感度。借鉴该编码思想,对于给定六自由度机器人的关节角向量 $\boldsymbol{q}=[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6]^\top$,首先计算其正余弦值,构成基础周期特征向量:

$$\boldsymbol{q}_{\text{sc}} = [\sin(\theta_1), \cos(\theta_1), \dots, \sin(\theta_6), \cos(\theta_6)] \in \mathbb{R}^{12}. \quad (10)$$

为进一步增强模型对关节间复杂耦合关系的表征能力,引入二阶乘法组合特征。计算 $\boldsymbol{q}_{\text{sc}}$ 中所有特征的两两乘积(包含自乘),形成组合特征向量 $\boldsymbol{q}_{\text{comb}} \in \mathbb{R}^{78}$ 。最终,将基础特征与组合特征拼接,得到高维编码后的关节特征向量:

$$\boldsymbol{q}_{\text{enc}} = [\boldsymbol{q}_{\text{sc}}, \boldsymbol{q}_{\text{comb}}] \in \mathbb{R}^{90}. \quad (11)$$

该编码方式不仅显式地提供了关节的周期性信息,还通过特征间的乘法交互,为后续网络提供了蕴含关节运动非线性耦合关系的高阶特征,显著降低了网络学习难度。图5展示了编码的具体过程。

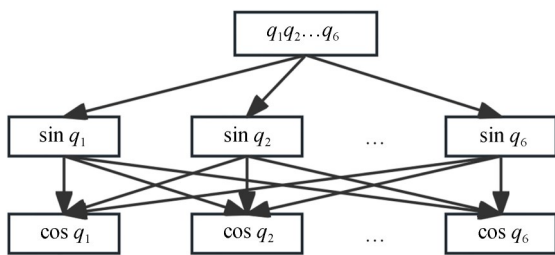


图5 关节角度编码

Fig. 5 Joint angle encoding

3.2 可微分运动学层与残差网络设计

采用完全解耦的残差学习架构,分别对位置误差和姿态误差进行建模。该设计基于一个关键观察:机器人末端的实际位姿 $\{P_a, R_a\}$ 可以视作其理论位姿 $\{P_t, R_t\}$ 与一个由几何因素与非几何因素共同引起的微小偏差 $\{\Delta P, \Delta R\}$ 的叠加。

3.2.1 位置误差残差网络

位置误差网络 f_{pos} 以编码后的关节特征 $\boldsymbol{q}_{\text{enc}}$ 为输入,预测三维位置残差矢量 $\Delta P \in \mathbb{R}^3$ 。其网络结构为一个多层感知机(Multilayer Perceptron, MLP):

$$\Delta P = f_{\text{pos}}(\boldsymbol{q}_{\text{enc}}; \boldsymbol{W}_p) = \text{MLP}_{\text{pos}}(\boldsymbol{q}_{\text{enc}}). \quad (12)$$

网络包含1个输入层(90维)、3个隐藏层(神经元数分别为256, 128, 64)和一个三维输出层。隐藏层使用ReLU激活函数,输出层使用线性激活。该网络独立于姿态信息,专门捕捉与位置相关的误差源。

3.2.2 姿态误差残差网络

姿态误差的建模需满足旋转矩阵位于特殊正交群 $SO(3)$ 的约束。为确保网络输出的矩阵满足正交性,设计了一种基于奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)的正交化层。姿态误差网络 f_{rot} 以编码后的关节特征 $\boldsymbol{q}_{\text{enc}}$ 为输入,直接预测一个 3×3 的矩阵 $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 。随后,引入可微SVD层,将 M 分解为 $M = U \Sigma V^\top$ 。为了严格满足 $SO(3)$ 流形约束,舍弃奇异值矩阵 Σ ,直接利用正交矩阵 U 和 V^\top 重构旋转矩阵:

$$\Delta R = UV^\top. \quad (13)$$

若 $\det(\Delta R) = -1$,则修正为 $\Delta R = U \cdot \text{diag}(1, 1, -1) \cdot V^\top$,以确保其为纯旋转矩阵而非反射矩阵。该过程利用神经网络模型的自动微分机制,实现了从非结构化矩阵到 $SO(3)$ 群的平滑映射与梯度反向传播。网络结构包含1个输入层、4个隐藏层和1个九维输出层。隐藏层使用ReLU激活函数,输出层使用线性激活。该设计使网络能够自由学习旋转变化的基,而正交化层则确保了输出的几何合法性,且整个过程可微,支持梯度反向传播。

3.2.3 残差融合与位姿预测

给定一组关节角 \boldsymbol{q} ,首先通过DH正运动学模型计算理论位姿 $\{P_t, R_t\}$ 。同时,将 \boldsymbol{q} 编码后分别

输入两个残差网络,得到预测的残差 ΔP 和 ΔR 。最终的补偿后位姿如下:

$$P_{\text{pred}} = P_t + \Delta P, \quad R_{\text{pred}} = \Delta R \cdot R_t. \quad (14)$$

整个预测流程是完全可微分的,物理模型与神经网络可以共同训练。

3.3 渐进式解耦训练策略

在联合训练位置和姿态残差网络时,由于位

置误差(量级约为 10^{-1} mm)和姿态误差(量级约为 10^{-2} rad)在数值尺度上存在显著差异,直接使用统一损失函数会导致梯度幅值不平衡,引发梯度竞争问题,即一个任务的快速收敛可能会干扰或阻碍另一个任务的优化。为解决此问题,本文提出一种渐进式完全解耦训练策略,其流程如图6所示。

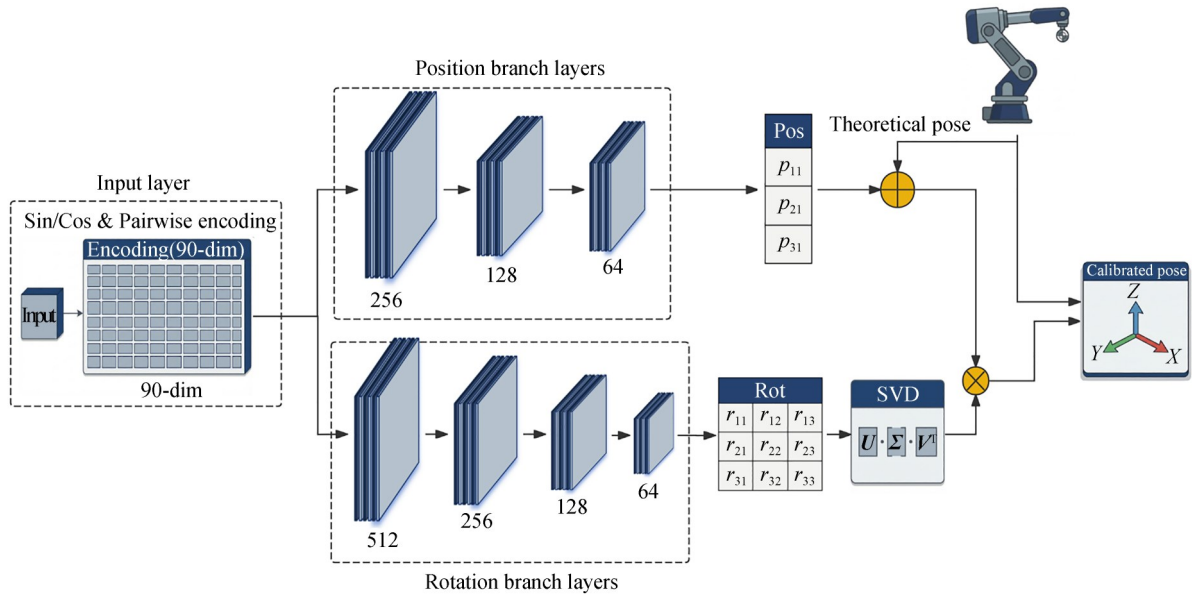


图6 残差预测网络示意图

Fig. 6 Schematic diagram of residual prediction network

3.3.1 位置网络训练(冻结姿态网络)

首先,锁定姿态网络 f_{rot} 的所有参数,仅对位置网络 f_{pos} 进行训练。损失函数仅包含位置误差项:

$$L_{\text{stage1}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \| P_{\text{pred}}^{(i)} - P_{\text{actual}}^{(i)} \|_1. \quad (15)$$

该阶段的目标是让位置网络在不受姿态误差干扰的情况下,快速收敛到一个较优解,建立关节空间到位置残差的稳健映射。

3.3.2 姿态网络训练(冻结位置网络)

在位置网络参数冻结的情况下,单独训练姿态网络 f_{rot} 。损失函数仅包含姿态误差项,本文使用基于旋转矩阵的Frobenius范数误差:

$$L_{\text{stage2}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \| R_{\text{pred}}^{(i)} - R_{\text{actual}}^{(i)} \|_F. \quad (16)$$

此阶段允许姿态网络专注于学习旋转残差,避免来自位置网络大梯度的干扰。

3.4 算法理论验证

在应用于复杂的实测数据之前,设计仿真实验,在理想可控环境下验证该算法的有效性 with 收敛性。采用表1中Staubli TX2-90L机器人的标称DH参数作为真实物理模型。在此基础上,在其理论参数上引入显著的系统性几何偏差(长度参数添加0.5%相对误差,角度参数添加 1.0° 绝对误差)。采用8000组随机关节构型构成数据集,按6:1:1比例划分为训练集、验证集和测试集。

实验结果如图7和图8所示,在引入显著初始几何偏差的条件下,该方法成功将位置与姿态误差分别降低了94.48%和97.98%。从误差分布来看,未标定误差呈现出随构型变化的强结构性分布特征,而标定后残差则被压缩至零轴附近的窄带区域。这表明系统性几何偏差已被模型有效剥离与补偿,特别是姿态误差的显著收敛,

验证了基于 SVD 正交化层的姿态解耦网络能够有效克服多目标优化中的梯度干涉问题,充分证明了以物理先验配合残差网络的模型在数学机理上的正确性及其捕获高维非线性运动学误差的强大能力。

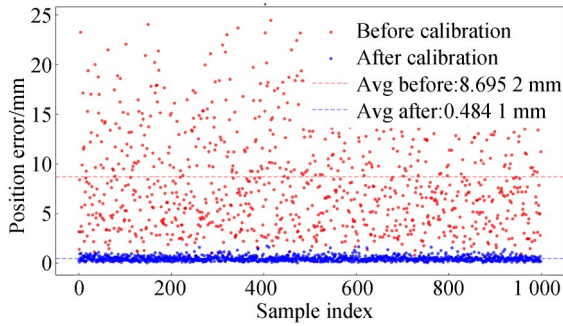


图 7 标定前后位置误差分布

Fig. 7 Position error distribution before and after calibration

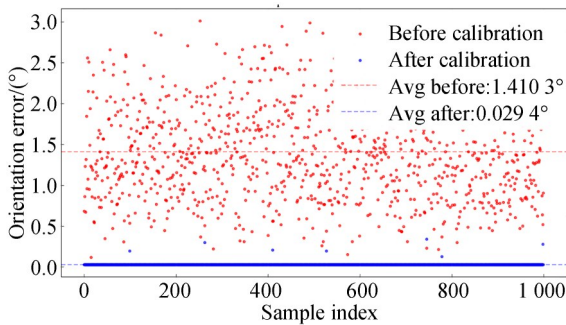


图 8 标定前后姿态误差分布

Fig. 8 Attitude error distribution before and after calibration

4 实验结果与分析

4.1 实验平台与数据集

为验证几何精度极限及本文提出的解耦补偿算法,同时为了克服传统自建实验平台中测量噪声不可控、样本分布不均匀导致算法评估客观性不足的问题,选用华中科技大学发布的 HUST_NC_Robot 公开数据集^[22]进行实验,其采集平台见图 9^[22]。选用该数据集作为验证基准的充分性主要基于以下两点考量:

第一,数据的计量级权威性与高信噪比。本文提出的标定方法旨在实现亚毫米级(<0.05 mm)的绝对定位精度,普通实验室自建平台的系

统噪声极易淹没算法带来的微米级残差优化。所选数据集构建于真实的物理实验平台(Staubli TX2-90L),该型号工业机器人在 ISO 9283 标准下的重复定位精度为 ± 0.02 mm,具备极高的机械一致性,为验证亚毫米级的绝对精度标定算法提供了硬件基础。平台采用 Leica AT960-LR 绝对激光跟踪仪配合 T-MAC 传感器获取末端位姿真值,其位置测量精度达 $(15+6)\mu\text{m}/\text{m}$,姿态测量精度为 0.01° 。因此,基于该计量级数据集的验证能够反映模型对微小非几何误差的捕捉能力。

第二,采样策略与物理特性匹配。该数据集涵盖空间离散点及多种连续轨迹。鉴于机器人本体误差(如杆件形变、齿轮间隙)主要呈现关节构型依赖的空间分布特征,本研究采用全域随机采样策略划分样本。相比按轨迹划分,随机采样符合 i. i. d. 假设,能有效避免协变量偏移,确保模型在整个工作空间内的全局泛化性能。

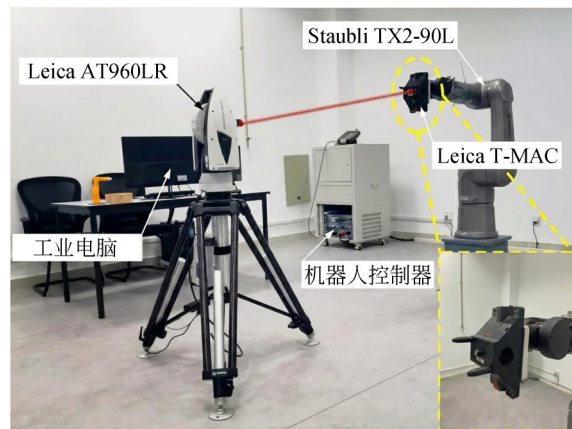


图 9 数据采集实验平台^[22]

Fig. 9 Data acquisition experimental platform^[22]

4.2 消融实验

结合表 3 与图 10 的消融实验结果可知,物理先验的引入与解耦策略的应用对提升标定性能至关重要。实验结果表明,缺乏物理先验的纯数据驱动模型因缺失几何约束而无法有效收敛(位置 RMSE 高达 5.11 mm),验证了运动学模型在参数辨识中的基础性作用。而在引入物理先验的基础上,解耦模型通过分阶段参数冻结策略有效隔离了位置与姿态在反向传播中的梯度竞争。

作为对比,耦合模型采用预测位姿矩阵与实际位姿矩阵的逐元素 $L1$ 损失作为损失函数:

$$L_{\text{coupled}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |T_{\text{pred}}^{(i)} - T_{\text{actual}}^{(i)}|_1. \quad (17)$$

该损失将位置与姿态误差耦合在同一目标中联合优化。定量对比显示,相较于全参数同步更新的耦合模型,该冻结策略不仅使训练耗时缩短约 20% (由 202.71 s 降至 161.67 s),更将位置

与姿态 RMSE 分别从耦合模型的 0.024 mm 和 0.019° 进一步降低至 0.022 mm 和 0.010° (精度分别提升 8.1% 与 50.4%),有效验证了分阶段解耦对打破多维异构误差场优化壁垒的必要性。如图 10 所示,该模型在训练初期即表现出更快的下降速率与更平滑的收敛曲线,最终较未标定状态精度提升了约 94.2%,充分证明了该方法兼具高精度与高计算效率的特性。

表 3 消融实验模型结果

Tab. 3 Results of ablation experimental models

| 模 型 | 位置误差(RMSE)/mm | 姿态误差(RMSE)/($^\circ$) | 训练时间/s |
|--------------|---------------|-------------------------|---------|
| 未标定前 | 0.377 | 0.200 | / |
| 解耦模型(含物理先验) | 0.022 | 0.010 | 161.670 |
| 耦合模型(含物理先验) | 0.024 | 0.019 | 202.713 |
| 解耦模型(不含物理先验) | 5.116 | 0.802 | 161.185 |

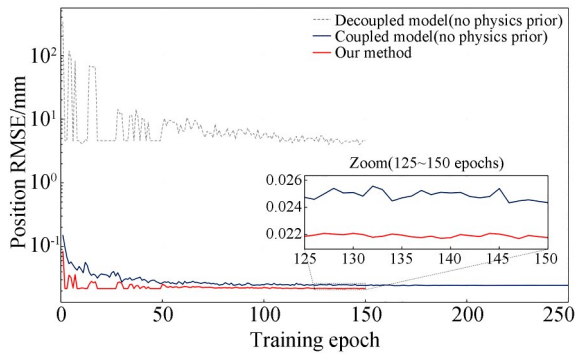


图 10 消融实验的位置误差补偿训练过程

Fig. 10 Position error compensation training process for ablation experiments

4.3 横向对比实验

为验证所提方法的优越性,实验选取了 SVR, BP 及 Elman 3 种基准模型^[6]进行横向对比。其中,SVR 基于 6 个独立 RBF 核构建回归映射;BP 与 Elman 均设定为 4 层拓扑结构,前者采

用 20×20 的双隐层规模,后者则引入 20 个循环单元 (Recurrent Neural Network, RNN) 与全连接层级联,且三者输入输出维度均锁定为六维。与之不同,本文模型设计了双分支并行架构,首先将六维关节角扩展至 90 维高阶特征空间,随后分别接入 3 层位置分支与 4 层姿态分支进行独立特征提取,最终输出 12 维误差补偿量,具体网络拓扑配置如表 4 所示。为确保对比实验的客观与公平,消除人工调参引入的性能干扰,利用网格搜索结合 K 折交叉验证对所有对比模型进行了超参数自动寻优,确保各算法均在最优配置下参与性能评测。本文设计的双分支并行模型,利用其高阶特性提取的固有优势,无需进行参数精确寻优,即可确定网络结构。

如图 11 与表 5 所示,通过与 BP, Elman 及 SVR 等主流回归算法的横向对比,本文提出的双分支解耦模型在精度与稳定性上均有所提升。

表 4 横向对比实验设置

Tab. 4 Horizontal comparison of experimental settings

| 模型 | 网络架构 | 输入维数 | 隐层配置(节点数) | 输出维数 |
|-------|-------|------|------------------------------------|-----------|
| SVR | 浅层 | 6 | 6(独立 RBF 核) | 6 |
| BP | 4 层 | 6 | 20×20 (双隐层) | 6 |
| Elman | 4 层 | 6 | 20(RNN)+20(FC) | 6 |
| Ours | 双分支并行 | 6→90 | Pos: 256→64(3 层), Att: 512→64(4 层) | 位置 3/姿态 9 |

原位生物打印属于对工艺一致性敏感连续路径作业,误差的波动性与极端值比平均精度的影响更显著。尽管所有对比模型均基于误差补偿原理,但 SVR 与 BP 等模型由于忽视了位置与姿态在物理量纲与数值尺度上的巨大差异,导致网

络在联合优化过程中出现梯度竞争与耦合干扰。具体表现为:虽然 SVR 在平均误差上表现尚可,但其位置误差分布呈现明显的长尾特征(如图 11 中灰色小提琴图所示),最大误差高达 1.11 mm,表明模型在边界样本处极易失效。

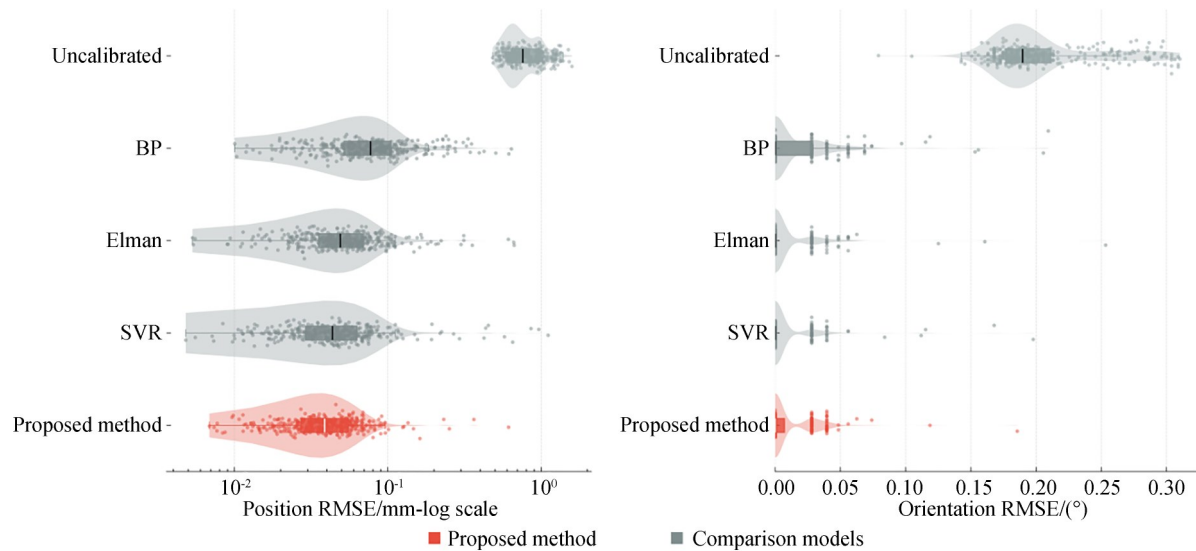


图 11 预测误差分布

Fig. 11 Distribution of prediction error

表 5 与目前主流先进数据驱动误差补偿标定方法的对比

Tab. 5 Comparison with current mainstream advanced data-driven error compensation calibration methods

| 模型 | 平均误差 | | 最大误差 | | 误差标准差 | |
|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| | 位置/mm | 姿态/(°) | 位置/mm | 姿态/(°) | 位置/mm | 姿态/(°) |
| Origin | 0.820 | 0.203 | 1.590 | 0.310 | 0.223 | 0.040 |
| BP | 0.093 | 0.132 | 0.641 | 0.209 | 0.077 | 0.027 |
| Elman | 0.064 | 0.069 | 0.668 | 0.253 | 0.068 | 0.021 |
| SVR | 0.063 | 0.006 | 1.112 | 0.198 | 0.106 | 0.020 |
| Ours | 0.047 | 0.009 | 0.611 | 0.175 | 0.044 | 0.018 |

相反,本文模型通过双分支并行架构实现了位置与姿态特征的深度解耦,并结合 6→90 维高阶特征映射增强了非线性表达能力,有效解决了多任务学习中的多尺度干扰问题。实验结果证实,该策略将位置平均误差进一步压低至 0.047 mm(较 SVR 提升约 26.3%),标准差为 0.044 mm,误差分布极度收敛。更关键的是,得益于 SVD 正交化对姿态流形的几何约束,模型在保证平均精度的同时,将最大姿态误差严格控制在 0.175°,显著优于所有对比方法。这种对误差波动与极端偏差的双重抑制,

有望为多层生物支架结构制造过程中的层间一致性与结构完整性提供技术保障。

4.4 超参数分析与确定

超参数优化实验不仅旨在确定模型在实际部署中的最优配置,更核心的目标在于从数据分布层面验证“物理先验引导的渐进式解耦”策略的理论必要性。实验采用贝叶斯优化方法在多维参数空间内进行全局寻优,通过分析高性能模型的参数演化轨迹与分布规律,探究欧氏空间位置误差与李群空间姿态误差在梯度优化流形上

的异构特性。优化目标设定为验证集上的复合

$$E = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} \left(\|P_{\text{pred},i} - P_{\text{act},i}\|_1 + 0.1 \cdot \arccos \left(\frac{\text{tr}(R_{\text{pred},i} R_{\text{act},i}^T) - 1}{2} \right) \right), \quad (18)$$

其中: N_v 为验证集样本数。实验采用70%数据训练、15%验证的划分策略,优化过程在验证集上进行,最终获得的超参数组合在保留的15%测试集上评估模型泛化能力,搜索空间如表6所示。

表6 超参数搜索空间

| Tab. 6 Hyperparameter search space | |
|------------------------------------|--|
| 超参数 | 取值范围 |
| 批量大小 | [16, 64] |
| 位置网络学习率 | $[1 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-3}]$ |
| 姿态网络学习率 | $[1 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-3}]$ |
| 位置网络权重衰减 | $[1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-3}]$ |
| 姿态网络权重衰减 | $[1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-3}]$ |
| 位置网络 Dropout 率 | [0.0, 0.5] |
| 姿态网络 Dropout 率 | [0.0, 0.5] |

基于图12的贝叶斯优化的全域搜索结果,从数据机理层面揭示了渐进式解耦策略的物理有效性:位置与姿态误差模型存在于异构的优化空间。最优超参数分布显示,位置与姿态网络所需的学习率在全局最优解处呈现显著差异,位置与姿态学习率在全局最优解处(Iteration26)表现出显著的非共线性($\eta_{\text{rot}} \approx 3\eta_{\text{pos}}$),这从梯度流形层面证实了欧氏空间(位置)与李群空间(姿态)存在

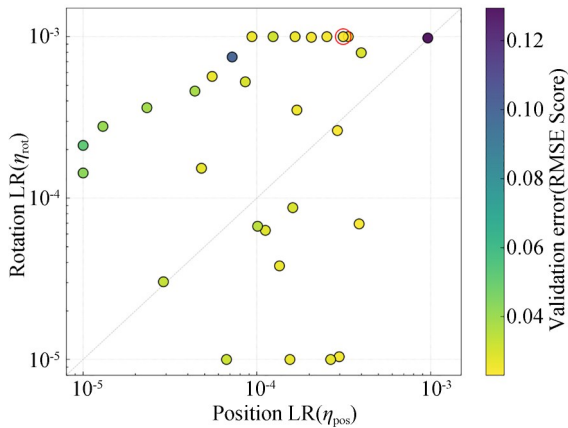


图12 位姿学习率与优化函数分布关系

Fig. 12 Distribution relationship between pose learning rate and optimization function

误差指标:

本质的优化尺度差异。该结果强有力地支撑了本文的基本论点:对位置与姿态误差进行解耦建模与独立优化,是解决多任务学习中梯度竞争问题的必要且有效的途径。最终得到的最优超参数如表7所示。

表7 最优超参数

| Tab. 7 Optimal hyperparameters | |
|--------------------------------|-----------|
| 超参数 | 取值 |
| 批量大小 | 16 |
| 位置网络学习率 | 0.000 314 |
| 姿态网络学习率 | 0.001 |
| 位置网络权重衰减 | 0.000 001 |
| 姿态网络权重衰减 | 0.001 |
| 位置网络 Dropout 率 | 0 |
| 姿态网络 Dropout 率 | 0 |
| 位置误差(RMSE)/mm | 0.022 |
| 姿态误差(RMSE)/(°) | 0.009 |

4.5 模型收敛性与泛化能力分析

针对将关节角特征映射至90维高维空间可能引入的过拟合风险,本文在训练过程中引入严格的正则化策略(如表7所示的权重衰减与Dropout机制)。为验证上述策略的有效性,记录了模型在训练集与验证集上的损失收敛曲线,如图13和图14所示。

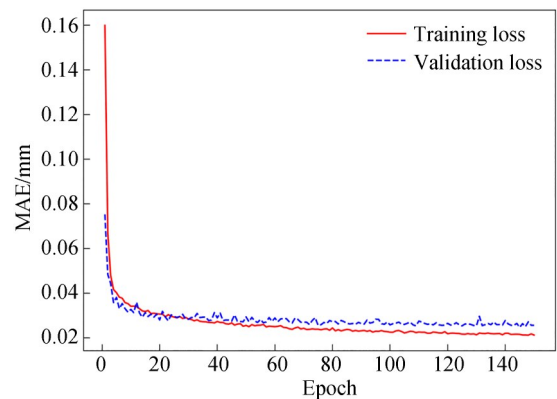


图13 位置误差预测网络训练过程

Fig. 13 Training process of position error prediction network

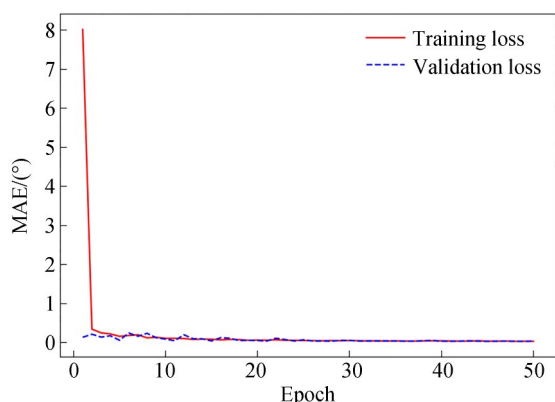


图14 姿态误差预测网络训练过程

Fig. 14 Training process of pose error prediction network

图13展示了位置网络的训练过程。可以看出,随着训练轮次增加,验证集损失紧密跟随训练集损失下降,最终收敛时MAE的差值为微米级,未出现因训练误差降低而验证误差反弹的过拟合现象。图14则展示了姿态网络的收敛情况。由于权重衰减等正则化手段的有效约束,验证集曲线始终保持平稳收敛,且最终与训练集误差高度一致($<0.01^\circ$)。上述结果表明,尽管输入特征维度较高,但因数据集样本量充足($N=3\ 640$)以及合理的正则化约束,模型在保证高维非线性拟合能力的同时,并未陷入过拟合陷阱,具备良好的泛化性能。

4.6 局限性分析

尽管本文基于高精度公开数据集验证了所提方法在补偿静态非几何误差上的有效性,但受限于实验条件,尚未进行在线闭环测试,且随机采样可能掩盖连续轨迹的误差累积特征。此外,在严苛的医疗应用中,重复定位误差通常要远小于绝对误差。受通用多自由度机械臂的机械刚性限制,当前标定后的误差标准差(0.044 mm)仍相对偏大,难以直接满足活体原位3D打印等

极端场景的需求。未来将构建实物验证平台考察算法的动态稳定性,并结合高精度专用医疗器械臂开展深入的实机验证。

5 结 论

针对多自由度机械臂绝对定位精度受限于非几何误差难以建模,以及传统黑箱模型易受多维异构误差场梯度竞争影响的问题,本文提出了一种融合物理先验的渐进式解耦网络标定方法。实验结果表明,该方法可以使 Staubli TX2-90L 机器人末端平均位置误差从标定前的 0.377 mm 降低至 0.047 mm,误差标准差由 0.223 mm 压缩至 0.044 mm,最大误差由 1.590 mm 减小至 0.611 mm;定位精度较 SVR 提升 26.3%,较 BP 提升 49.9%。这一亚毫米级的高精度特性,有望辅助机械臂在非结构化人体创面上实现生物材料的精准沉积,为避免组织结构塌陷提供了前置的算法基础。未来工作将进一步致力于高精度原位生物打印技术研究,重点考察机器人控制算法在连续轨迹跟踪任务中的动态稳定性与热漂移特性,并在此基础上,结合实时视觉反馈技术,探索面向软组织动态形变的手眼协同闭环补偿机制,以推动智能机器人在再生医学领域的深层应用。

作者贡献声明:

何云凯:算法模型提出,代码编写,数据分析及论文撰写;

马超:实验平台搭建,参数校准,论文审核与编辑;

李澜:实验条件提供,资助获取;

朱莉娅:研究方向确立,实验条件提供和资助获取,论文审核与编辑。

参考文献:

- [1] LI J L, LIU X Q, WU X, *et al.* A time and frequency convolutional Autoencoder for anomaly detection in industrial robots based on inertial measurement unit error calibration[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2025, 162: 112269.
- [2] LIU M X, QU S, LI S, *et al.* Modeling and com-

pensation methods for trajectory errors in continuous fiber-reinforced thermoplastic composites using 3D printing[J]. *Polymers*, 2025, 17(13): 1865.

- [3] FAN M Y, ZHAO H N, LIU F, *et al.* Robot kinematic parameter error calibration based on Levenberg-Marquardt and artificial rabbits optimization algorithm [J]. *The Review of Scientific Instruments*, 2025, 96(10): 105205.

- [4] CHEN M F, LIANG H J, HE C Y, *et al.* Research on error analysis and calibration method of 3-PUU parallel robot[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2025, 239(10): 1351-1364.
- [5] JIANG H, GAO G B, LI Y. Observability index optimization of robot calibration based on distance error model[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2025, 3091(1): 012007.
- [6] 乔贵方, 高春晖, 蒋欣怡, 等. 基于支持向量回归的工业机器人空间误差预测[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(18): 2783-2791.
QIAO G F, GAO CH H, JIANG X Y, *et al.* Spatial error prediction method for industrial robot based on Support Vector Regression[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(18): 2783-2791. (in Chinese)
- [7] 高起, 潘博, 牛国君, 等. 基于 ANN 的机器人运动学误差标定方法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2025, 53(11): 36-41.
GAO CH, PAN B, NIU G J, *et al.* ANN-based calibration method for robot kinematic errors [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition)*, 2025, 53(11): 36-41. (in Chinese)
- [8] 相铁武, 蒋欣怡, 高春晖, 等. 基于极限学习机的并联机器人无模型误差补偿算法研究[J]. *仪表技术与传感器*, 2024(11): 116-120, 126.
XIANG T W, JIANG X Y, GAO CH H, *et al.* Study on non-modeled error compensation algorithm for parallel robots based on extreme learning machine [J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2024(11): 116-120, 126. (in Chinese)
- [9] 陈立峰, 林俊言, 王凌, 等. 六轴串联机器人关节转角误差补偿及运动学标定[J]. *计量学报*, 2024, 45(12): 1753-1761.
CHEN L F, LIN J Y, WANG L, *et al.* Joint angle error compensation and kinematic calibration of six-axis serial robots [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2024, 45(12): 1753-1761. (in Chinese)
- [10] 柴馨雪, 陶奕良, 祖洪飞, 等. 基于误差模型与机器学习结合的 2PRU-PSR 并联机器人误差补偿方法[J]. *机械工程学报*, 2025, 61(21): 192-203.
CHAI X X, TAO Y L, ZU H F, *et al.* Error compensation method of 2PRU-PSR parallel robot based on error model and machine learning [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2025, 61(21): 192-203. (in Chinese)
- [11] CHENG B, WANG B, CHEN S J, *et al.* A method for calibrating robotic kinematic parameters based on a multi-error source model and an optimized measurement pose set[J]. *Industrial Robot: the International Journal of Robotics Research and Application*, 2025, 52(4): 618-630.
- [12] 张岳, 郑刚, 张旭. 基于球面与球心距离误差模型的机器人标定[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2025(8): 98-101.
ZHANG Y, ZHENG G, ZHANG X. Robot calibration based on the distance error model between the sphere and the center of the sphere[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2025(8): 98-101. (in Chinese)
- [13] 刘海歌, 刘超屹, 周金印, 等. 五自由度混联机器人的二步运动学标定方法[J]. *中国科学: 技术科学*, 2025, 55(8): 1394-1405.
LIU H G, LIU CH Y, ZHOU J Y, *et al.* A two-step kinematic calibration method for a 5-DOF hybrid robot [J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2025, 55(8): 1394-1405. (in Chinese)
- [14] 余愿, 张雨生. 面向电缆驱动机器人的误差标定优化策略研究[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2025(7): 145-152.
YU Y, ZHANG Y SH. Research on error calibration optimization strategy for cable driven robots[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2025(7): 145-152. (in Chinese)
- [15] ZHANG S B, QIAO Z F. An autonomous calibration method for end-effector positioning error in robots using stereo vision closed-loop measurement [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2025, 139(7): 3511-3523.
- [16] HUANG F, LI P, FU Y, *et al.* Plane positioning error calibration with multilayer perceptron and Gaussian mutation genetic algorithm for visual guidance industrial Cartesian robot [J]. *Measurement*, 2025, 256: 118269.
- [17] 陈宇航. 基于 DHDT 模型的工业机器人标定方法研究[D]. 天津: 天津理工大学, 2025.
CHEN Y H. *Research on Industrial Robot Calibration Method Based on DHDT Model* [D]. Tianjin: Tianjin University of Technology, 2025. (in Chinese)
- [18] 杜昊奇. 基于球面约束和局部测量的串联机器人

- 闭环标定方法[D]. 天津: 天津理工大学, 2025.
- DU H Q. *A Closed-Loop Calibration Method for Serial Robots Based on Sphere Constraints and Local Area Measurement*[D]. Tianjin: Tianjin University of Technology, 2025. (in Chinese)
- [19] 胡明, 郭玉奉, 杨景, 等. 六自由度工业机器人运动学参数辨识[J]. 机械设计与制造, 2025(6): 314-319.
- HU M, GUO Y F, YANG J, *et al.* Kinematics parameter identification of six-degree-of-freedom industrial robot [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2025(6): 314-319. (in Chinese)
- [20] 耿中宝, 宋亚磊. 基于视觉SLAM算法的轮式机器人位置误差标定[J]. 兵器装备工程学报, 2024, 45(12): 306-312.
- GENG ZH B, SONG Y L. Position error calibration of wheeled robots based on visual SLAM algorithm [J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2024, 45(12): 306-312. (in Chinese)
- [21] 赵云涛, 方成, 李维刚. 基于改进指数优化与迭代加权LM法的机器人标定方法[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2024(11): 18-23.
- ZHAO Y T, FANG CH, LI W G. Robot calibration based on improved exponential optimization with iterative weighted LM method [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2024(11): 18-23. (in Chinese)
- [22] TENG Z, PENG F, TANG X, *et al.* HUST_NC_Robot [DB/OL]. *Mendeley Data*, (2025-12-10). <https://data.mendeley.com/datasets/srxktn4752/1>.

作者简介:



何云凯(2002—),男,江西赣州人,硕士研究生,2025年于南昌航空大学获得学士学位,研究方向为机器人运动控制及机器人系统集成与应用。E-mail:yk2329156525@163.com

通讯作者:



李 澜(1988—),男,湖北襄阳人,博士,研究员,2020年于东南大学获得博士学位,主要从事组织工程与再生医学相关的新技术与新装备研究。E-mail:lanli@njglyy.com

通讯作者:



朱莉娅(1986—),女,江苏徐州人,博士,副教授,2007年于武汉理工大学获得学士学位,2012年于南京航空航天大学获得博士学位,主要从事机器人高精度标定与运动控制、原位生物3D打印装备及智能材料与柔性传感方面的研究。E-mail:lyzhu@njnu.edu.cn